

CHAPITRE I

MUSIQUES STOCHASTIQUES (générales, libres)

*Ce chapitre traite des origines de
cette démarche.*

MUSIQUES STOCHASTIQUES

(générales, libres)

L'ART (et surtout la musique) a bien une fonction fondamentale qui est de catalyser la sublimation qu'il peut apporter par tous les moyens d'expression. Il doit viser à entraîner par des fixations-repères vers l'exaltation totale dans laquelle l'individu se confond, en perdant sa conscience, avec une vérité immédiate, rare, énorme et parfaite. Si une œuvre d'art réussit cet exploit ne serait-ce qu'un instant, elle atteint son but. Cette vérité géante n'est pas faite d'objets, de sentiments, de sensations, elle est au-delà, comme la 7^e de Beethoven est au-delà de la musique. C'est pourquoi l'art peut conduire aux régions qu'occupent encore chez certains les religions.

Mais cette transmutation de l'artisanat quotidien qui métamorphose les produits triviaux en méta-art est un secret. Les « possédés » y arrivent sans en connaître les « mécanismes ». Les autres se débattent dans les bas courants idéologiques et technicistes de leur époque qui constituent le « climat » périssable, la mode des expressions.

En gardant les yeux posés sur ce but suprême méta-artistique, nous allons essayer de définir plus modestement les voies qui peuvent y conduire à partir du magma des contradictions des musiques actuelles.

Il existe un parallélisme historique entre la musique européenne et les tentatives successives d'expliquer le monde par la raison. Déjà la musique de l'antiquité, causale et déterministe, était fortement influen-

cée par l'école pythagoricienne et celle de Platon. Platon insistait sur le principe de la causalité : « ...car il est impossible que quoi que ce soit puisse naître sans cause^{*}. » La causalité stricte atteignit le XIX^e siècle lorsqu'elle subit une transformation brutale et féconde due aux théories statistiques en physique. En effet la notion de hasard (τύχη), liée à celle de désordre (ἀταξία), et à celle de désorganisation était depuis l'antiquité considérée comme l'opposé, comme la négation de la raison (λόγος), de l'ordre (τάξις) et de l'organisation (ὀργάνισις). Ce n'est que récemment que la connaissance a pu pénétrer dans le hasard et a su en dégager des degrés, c'est-à-dire le rationaliser progressivement, sans pourtant réussir une explication définitive et totale du problème « hasard pur ».

Avec quelques décennies de retard, la musique atonale rompait la fonction tonale et ouvrait une nouvelle voie parallèle à celle des sciences physiques mais aussitôt barrée par le déterminisme quasi absolu de la musique sérielle.

Il n'est donc pas étonnant que la présence ou l'absence du principe causal dans la philosophie d'abord puis dans les sciences puisse influencer la composition musicale et lui faire suivre des voies en apparence divergentes mais qui, en réalité, se résorbent dans la Théorie des Probabilités et éventuellement dans les logiques polyvalentes, sortes de généralisations, d'enrichissements du principe de la causalité. L'explication du monde et par conséquent des phénomènes sonores qui nous entourent ou qui peuvent être créés nécessitait (et profitait de) l'élargissement du principe causal dont la base est formée par la loi des grands nombres. Cette loi implique une évolution asymptotique vers un état stable, vers une sorte de but, de στόχος, d'où vient l'adjectif *stochastique*.

Mais tout dans le déterminisme pur, ou dans l'indéterminisme moins pur, est soumis aux lois opérationnelles fondamentales de la logique qu'est arrivée à dégager la pensée mathématique sous le titre d'Algèbre générale. Ces lois opèrent sur des êtres isolés ou sur des ensembles d'éléments à l'aide d'opérations dont les plus primitives sont la réunion notée \cup et l'intersection notée \cap . La négation, l'équivalence, l'implication et les quantifications sont des relations élémentaires à partir desquelles peut être bâtie toute la science actuelle.

La musique peut donc être définie comme une organisation de ces opérations et de ces relations élémentaires entre des êtres ou entre des fonctions d'êtres sonores. Nous comprenons la place de choix qui revient à la Théorie des Ensembles non seulement pour la construc-

(*) ... παντί γὰρ ἄδύνατον χωρὶς αἰτίου γένεσιν σχεῖν. Platon, *Timée*.

tion d'œuvres nouvelles mais aussi pour l'analyse et la meilleure compréhension des œuvres du passé. Ainsi même une construction stochastique ou une investigation de l'histoire à l'aide de la stochastique ne peuvent être exploitées sans l'aide de la reine des sciences et même des arts dirais-je, qu'est la Logique ou sa forme mathématique l'Algèbre. Car tout ce qui est dit ici au sujet de la musique est aussi valable pour toutes les formes de l'art (peinture, sculpture, architecture, cinéma, etc.).

De ce point de vue très général, fondamental, d'où nous voulons scruter et *faire* la musique, le Temps primaire apparaît comme une matière cireuse, une glaise dans laquelle les opérations et les relations viennent s'inscrire, se graver pour des fins de travail d'abord et par la suite pour des fins de communication au tiers. A ce niveau, le caractère asymétrique, non commutatif du Temps est utilisé, (B après A \neq A après B, ordre lexicographique), le Temps métrique (symétrique), commutatif, étant soumis aux mêmes lois de la logique et pouvant donc servir lui aussi aux spéculations de l'organisation. Ce qui est remarquable c'est que ces notions fondamentales nécessaires à la Construction se retrouvent chez l'homme dès sa plus tendre enfance et il est passionnant de suivre leurs évolutions ainsi que l'a fait Jean Piaget *.

Après ce court préambule général qui tient lieu de contexte, nous allons entrer dans les détails d'une attitude musicale de composition que j'ai élaborée depuis plusieurs années et que j'ai appelée stochastique en l'honneur de la Théorie des Probabilités qui a servi de cadre logique et au calcul des conflits et « nœuds » rencontrés.

Première tâche est celle de faire abstraction de toutes les conventions héritées et d'exercer une critique fondamentale des actes de la pensée et de leur matérialisation. En effet que propose une œuvre musicale au niveau strict de la construction ? Elle propose une collection de successions qu'elle veut causales. Lorsque, pour simplifier, la gamme majeure impliquait sa hiérarchie des fonctions tonales, toniques dominantes, sous-dominantes, autour desquelles gravitaient les autres tons, elle structurait ainsi d'une part les processus linéaires, les mélodies et d'autre part les simultanités, les accords, d'une manière fortement déterministe. Puis les sériels de l'Ecole de Vienne, n'ayant pas su maîtriser logiquement l'indéterminisme de l'Atonalité, sont revenus à une organisation fortement causale au sens strict, plus abstraite que la tonale, ce qui fait quand même leur grand mérite. Messiaen généralisa cette

(*) *Le développement de la notion de Temps chez l'enfant*, par Jean Piaget (Presses Universitaires de France).

démarche et fit un grand pas en systématisant l'abstraction de toutes les variables de la musique instrumentale. Ce qui est paradoxal, c'est qu'il le fit dans le champ modal. Il créa une musique multimodale qui trouva immédiatement des imitateurs dans la musique sérielle. La systématisation abstraite de Messiaen se trouvait d'emblée plus justifiée dans une musique multisérielle. C'est de là que les néo-sériels d'après guerre ont tiré toute leur sève. Ils pouvaient maintenant à la suite des Viennois et de Messiaen avec quelques emprunts occasionnels à Stravinsky et Debussy, marcher les yeux fermés et proclamer une vérité plus forte que les autres. D'autres courants se fortifièrent dont le principal est celui de l'exploration systématique des êtres sonores, d'instruments nouveaux, des « bruits ». Varèse en était le pionnier et les musiques électromagnétiques les bénéficiaires (la musique électronique étant une succursale de la musique instrumentale). Pourtant dans les musiques électromagnétiques les problèmes de construction et de morphologie n'étaient pas consciemment posés. La musique multisérielle, fusion de la multimodalité de Messiaen et de la Viennoise, restait quand même au cœur du problème fondamental de la musique.

Mais déjà, en 1954, elle s'essouffait, car la complexité absolument déterministe des opérations compositionnelles et des œuvres engendrait un non-sens auditif et idéologique. Je constatais l'événement dans le N° 1 des *Gravesaner Blätter* dans l'article intitulé « La crise de la musique sérielle »...

« La polyphonie linéaire se détruit d'elle-même par sa complexité actuelle. Ce qu'on entend n'est en réalité qu'amas de notes à des registres variés. La complexité énorme empêche à l'audition de suivre l'enchevêtrement des lignes et a comme effet macroscopique une dispersion irraisonnée et fortuite des sons sur toute l'étendue du spectre sonore. Il y a par conséquent contradiction entre le système polyphonique linéaire et le résultat entendu qui est surface, masse. Cette contradiction inhérente à la polyphonie disparaîtra lorsque l'indépendance des sons sera totale. En effet, les combinaisons linéaires et leurs superpositions polyphoniques n'étant plus opérantes, ce qui comptera sera la moyenne statistique des états isolés et des transformations des composantes à un instant donné. L'effet macroscopique pourra donc être contrôlé par la moyenne des mouvements des objets choisis par nous. Il en résulte l'introduction de la notion de probabilité, qui implique d'ailleurs, dans ce cas précis, le calcul combinatoire. Voilà, en peu de mots, le dépassement possible de la « catégorie linéaire » de la pensée musicale. »

Cet article servait de pont à l'introduction des mathématiques en musique. Car si, grâce à la complexité, la causalité stricte, déterministe,

MUSIQUES STOCHASTIQUES LIBRES

que prônaient les néo-sériels était perdue, il fallait la remplacer par une causalité plus générale, par une logique probabiliste qui contiendrait comme cas particulier la causalité sérielle stricte. C'est le cas de la « stochastique ». La stochastique étudie et formule les lois dites des grands nombres ainsi que celle des événements rares, les divers processus aléatoires, etc. Voici donc comment, à partir entre autres de l'impasse des musiques sérielles, est née en 1954, une musique fabriquée du principe de l'indéterminisme que deux ans plus tard j'ai baptisée : *Musique stochastique*. Les lois du calcul des probabilités entraînent par nécessité musicale dans la composition.

Mais d'autres voies conduisent aussi au même carrefour stochastique. Tout d'abord des événements naturels tels que les chocs de la grêle ou de la pluie sur des surfaces dures ou encore le chant des cigales dans un champ en plein été. Ces événements sonores globaux sont faits de milliers de sons isolés, dont la multitude crée un événement sonore nouveau sur un plan d'ensemble. Or cet événement d'ensemble est articulé et forme une plastique temporelle qui suit, elle aussi, des lois aléatoires, stochastiques. Si donc on veut modeler un grand amas de notes ponctuelles telles que des pizzicati de cordes, il faut connaître ces lois mathématiques, qui ne sont d'ailleurs ni plus ni moins qu'une expression dense et serrée d'une chaîne de raisonnements logiques. Tout le monde a observé les phénomènes sonores d'une grande foule politisée de dizaines ou de centaines de milliers de personnes. Le fleuve humain scande un mot d'ordre en rythme unanime. Puis un autre mot d'ordre est lancé en tête de la manifestation, et se propage à la queue en remplaçant le premier. Une onde de transition part ainsi de la tête à la queue. La clameur emplit la ville, la force inhibitrice de la voix et du rythme est culminante. C'est un événement hautement puissant et beau dans sa férocité. Puis le choc des manifestants et de l'ennemi se produit. Le rythme parfait du dernier mot d'ordre se rompt en un amas énorme de cris chaotiques qui, lui aussi, se propage à la queue. Imaginons de plus des crépitements de dizaines de mitrailleuses et les sifflements des balles qui ajoutent leur ponctuation à ce désordre total. Puis, rapidement, la foule est dispersée et, à l'enfer sonore et visuel, succède un calme détonant, plein de désespoir, de mort et de poussière. Les lois statistiques de ces événements vidés de leur contenu politique ou moral, sont celles des cigales ou de la pluie. Ce sont des lois du passage de l'ordre parfait au désordre total d'une manière continue ou explosive. Ce sont des lois stochastiques.

Ici, nous touchons du doigt un des grands problèmes qui ont hanté l'intelligence depuis l'antiquité : la transformation continue ou discon-

MUSIQUES FORMELLES

tinue. Les sophismes du mouvement (Achille et la tortue), celui de la définition (calvitie), sont, notamment le dernier, résolus par la définition statistique, c'est-à-dire par la stochastique. Or on peut engendrer la continuité soit à l'aide d'éléments continus, soit à l'aide d'éléments discontinus. Une foule de glissandi courts de cordes peut donner l'impression du continu, et une foule d'événements pizzicati le peut également. Les passages d'un état discontinu à un état continu sont réglables à l'aide de la stochastique. J'ai fait toutes ces expériences passionnantes dans des œuvres instrumentales depuis longtemps déjà. Mais le caractère mathématique de ces musiques a effarouché les musiciens et en a rendu l'approche particulièrement difficile.

Voici encore une autre direction qui converge, elle aussi, vers l'indéterminisme. L'étude de la variation par exemple du rythme pose le problème de savoir quelle est la limite de l'asymétrie totale, de la rupture par conséquent complète de la causalité entre les durées. Les sons d'un tube Geiger à proximité d'une source radio-active en donnent une image assez saisissante. La stochastique en fournit les lois. Avant de clore ce petit tour d'observation d'événements riches en logique nouvelle et qui, récemment encore, étaient fermés à l'entendement, je ferai une petite parenthèse. Si les glissandi sont longs et dûment enchevêtrés, nous obtenons des espaces sonores d'évolution continue. Parmi ces possibilités, il y a celles qui fournissent graphiquement (les glissandi étant dessinés sous forme de droites) des surfaces réglées. J'en ai fait l'expérience dans les *Metastasis* créés en 1955 à Donaueschingen. Or quelques années plus tard lorsque l'architecte Le Corbusier, dont j'étais le collaborateur, m'a demandé de lui proposer un projet pour l'architecture du Pavillon Philips de Bruxelles, mon travail de conception a été aiguillé par l'expérience des *Metastasis*. Ainsi, je crois que cette fois musique et architecture ont trouvé une correspondance intime. (Cf. *Revue technique Philips*, tome 20, n° 1.)

Nous livrons dans les planches qui suivent, l'enchaînement causal des idées qui, de la partition des *Metastasis* m'ont conduit à formuler l'architecture du Pavillon Philips.

Handwritten musical score for a large ensemble, featuring multiple staves and sections labeled with instrument abbreviations and numbers.

Sections and Staves:

- P.F. / G.F.:** Piano and Grand Piano staves at the top.
- V.:** Violin section, consisting of 10 staves.
- VI.:** Viola section, consisting of 10 staves.
- III.:** Violoncello section, consisting of 10 staves.
- A.:** Alto section, consisting of 8 staves.
- VC.:** Violoncello section, consisting of 8 staves.
- CB.:** Contrabasso section, consisting of 6 staves.

Handwritten Annotations:

- diminuendo* and *placando* are written across the lower sections.
- Measure numbers **200**, **210**, and **220** are marked at the top of the page.
- Section numbers **1** through **10** are written on the left side of the staves.

309

310

311

312

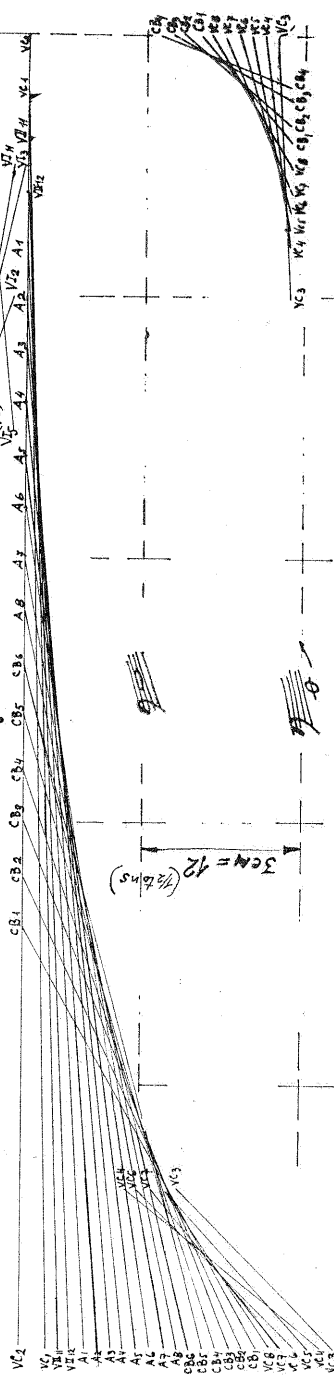
313

314

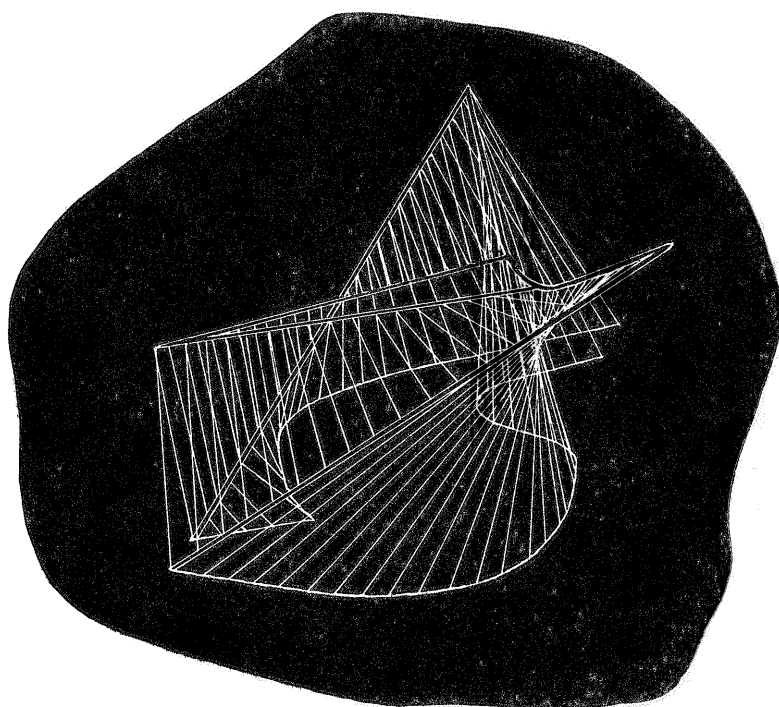
METASTASIS (1954)
(glossandi des cordes)

12 Premiers violons VI
12 Seconds " VII
8 Altos A
8 Violoncelles VC
6 Contrebasses CB

5CM = 1" = 50MM

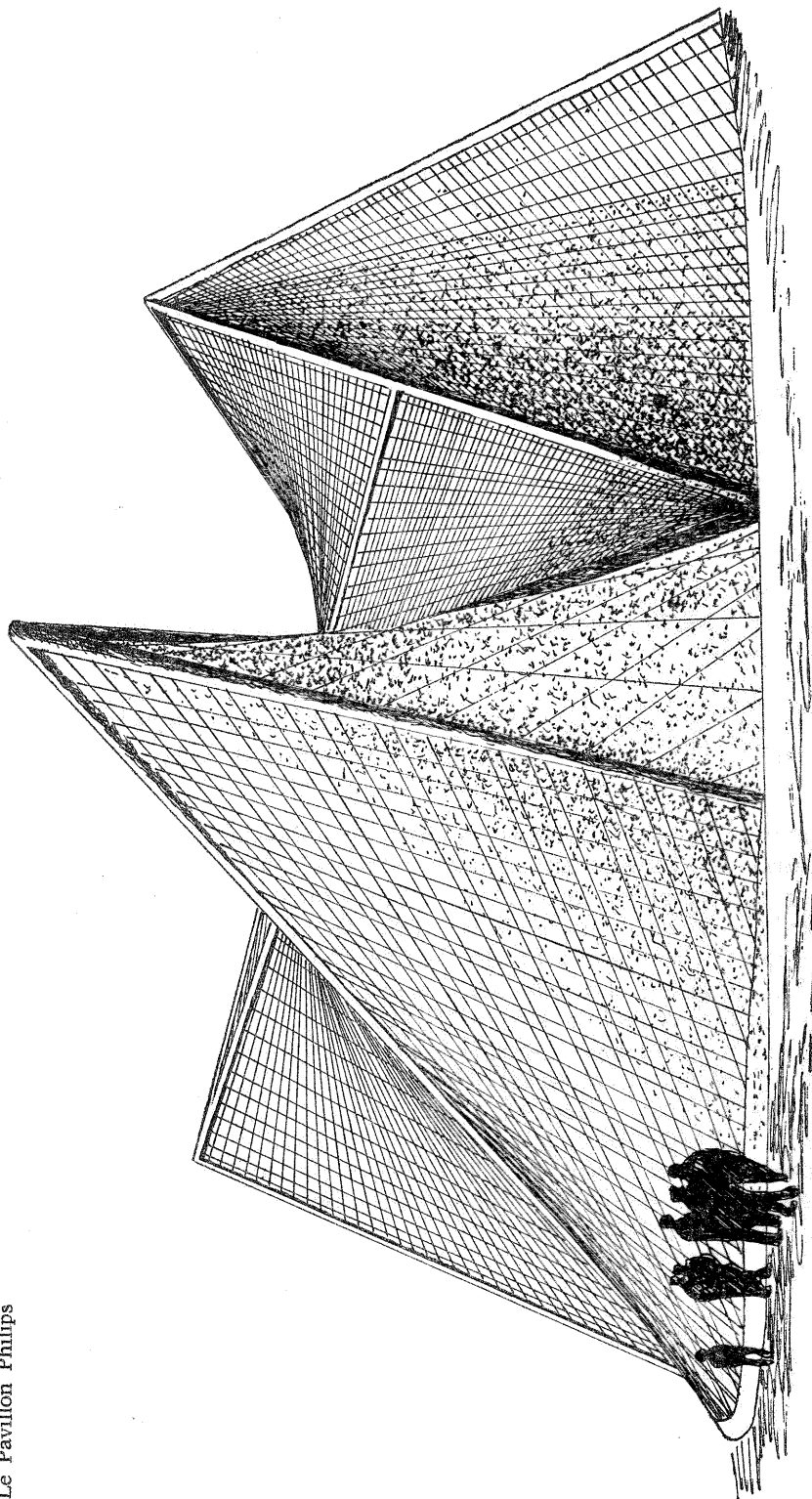


ix. octob. 59



Première maquette

Le Pavillon Philips



MUSIQUES FORMELLES

LOIS STOCHASTIQUES ET INCARNATIONS

Je donne au pas de course quelques-unes des lois stochastiques que depuis des années j'ai introduites en composition. Nous allons examiner une à une les composantes du son instrumental, qui sont indépendantes.

Les durées. Le temps (métrique) est considéré comme une ligne droite sur laquelle il s'agit de marquer des points correspondant aux variations des autres composantes. L'intervalle entre deux points s'identifie avec la durée. Parmi toutes les successions possibles de points, laquelle est à choisir ? Ainsi posée, la question n'a pas de sens.

On désigne une moyenne de points sur une longueur donnée. La question devient : étant donné cette moyenne de points, quel est le nombre des segments égaux à une longueur fixée à l'avance ?

La formule qui découle des raisonnements des probabilités continues et qui donne les probabilités pour toutes ces longueurs possibles lorsqu'on connaît la moyenne des points placés au hasard sur une droite est :

$$P_x = \delta e^{-\delta x} dx \quad (\text{V. appendice 1})$$

dans laquelle δ est la densité linéaire des points et x la longueur d'un segment quelconque.

Si maintenant nous faisons un choix de points et que nous le comparons à une distribution théorique obéissant à la loi précédente ou à une autre distribution quelconque, nous pouvons déduire la quantité de hasard inclus dans notre choix ou l'adaptation plus ou moins rigoureuse de notre choix à une loi de distribution qui peut même être absolument fonctionnelle. La comparaison est faite à l'aide de tests dont le plus usité est le critérium χ^2 de Pearson. Dans notre cas, où toutes les composantes du son sont mesurables en première approximation, nous utiliserons de plus le coefficient de corrélation. On sait que si le coefficient de corrélation de deux populations est ± 1 , ces populations sont en relation fonctionnelle linéaire. Si ce coefficient est zéro, les deux populations sont indépendantes. Tous les degrés intermédiaires sont possibles, ce qui signifierait des liaisons plus ou moins étroites.

Nuages de sons

Supposons une durée donnée et un ensemble de sons ponctuels défini dans l'espace intensité-hauteur réalisé pendant cette durée. La densité superficielle moyenne de ce nuage de sons étant connue, quelles

MUSIQUES STOCHASTIQUES LIBRES

sont les probabilités d'avoir telle ou telle densité dans une région déterminée de l'espace intensité-hauteur ? La loi de Poisson répond à cette question :

$$P^{\mu} = \frac{\mu_0^{\mu}}{\mu!} e^{-\mu_0}$$

μ_0 est la densité moyenne, μ une densité quelconque, e la base des logarithmes népériens. Comme pour les durées, des comparaisons avec d'autres distributions de sons ponctuels peuvent façonner la loi à laquelle nous voulons que notre nuage obéisse.

Intensités, timbres, intervalles, etc.

Pour ces variables la loi la plus simple est :

$$\Theta(\gamma) d\gamma = \frac{2}{a} \left(1 - \frac{\gamma}{a} \right) d\gamma \quad (\text{V. appendice 1})$$

qui donne la probabilité pour qu'un segment (intervalle d'intensité, mélodique, etc.), s , intérieur à un segment de longueur a , ait une longueur comprise entre γ et $\gamma + d\gamma$, pour $0 \leq \gamma \leq a$.

Les vitesses

Nous venons de parler des sons ponctuels, granulaires, qui sont en réalité un cas particulier des sons à variation continue. Parmi ceux-ci considérons les glissandi. De toutes les formes possibles que peut prendre un son glissé, nous choisissons la plus simple, le glissement uniformément continu. Ce son glissé peut être assimilé sensoriellement et physiquement à la notion mathématique de vitesse. D'où une représentation vectorielle à une dimension, la grandeur scalaire du vecteur étant donnée par l'hypoténuse du triangle rectangle dont les deux autres côtés sont la durée et l'intervalle mélodique parcouru. Certaines opérations mathématiques sont donc permises avec les sons à variation continue ainsi définie. Les sons traditionnels des instruments à vent sont par exemple des cas particuliers où la vitesse est zéro. Un glissement vers les fréquences aiguës peut être défini comme positif, un autre vers les graves, négatif.

Nous allons faire les hypothèses logiques les plus simples qui nous conduiront à une formule mathématique de distribution des vitesses. Les raisonnements qui vont suivre sont en réalité un de ces « poèmes

logiques » que l'intelligence humaine secrète pour prendre au piège les incohérences superficielles des phénomènes physiques et qui peuvent par ricochet lui servir de point de départ pour bâtir des Etres d'abord abstraits, puis des incarnations sonores ou lumineuses de ces Etres. C'est pour cela que je les donne en exemple.

Hypothèses d'homogénéité : [11]*.

1° La densité des sons animés de vitesses est constante. C'est-à-dire que deux régions d'égale étendue du spectre des fréquences contiennent le même nombre de sons mobiles (glissandi);

2° La valeur absolue des vitesses (glissandi ascendants ou descendants) est répartie uniformément. C'est-à-dire que la vitesse quadratique moyenne des sons mobiles est la même dans les différents registres;

3° Il y a isotropie, c'est-à-dire qu'il n'y a aucune direction privilégiée des mouvements des sons mobiles dans quelque registre que ce soit. Les ascendants et descendants sont en nombres égaux.

A partir de ces trois hypothèses de symétrie, nous pouvons définir la fonction $f(v)$ de probabilité de la vitesse absolue v , ($f(v)$ est la fréquence relative d'occurrence de la vitesse v).

Soit n le nombre de glissandi par unité de registre des fréquences (densité des sons mobiles), et r une étendue quelconque prise dans le registre. Alors le nombre de sons mobiles animés de vitesses comprises en grandeur entre v et $v + dv$ et positives, est, d'après les hypothèses (1) et (3),

$$n.r. \frac{1}{2} f(v).dv \quad \left(\frac{1}{2} \text{ est la probabilité du signe } + \text{ ou } - \right)$$

D'après l'hypothèse (2) le nombre de sons mobiles animés en valeur absolue de la vitesse v est une fonction qui ne dépend que de v^2 . Soit $g(v^2)$ cette fonction. Nous aurons alors l'égalité

$$n.r. \frac{1}{2} f(v).dv = n.r.g(v^2).dv$$

D'autre part si $|\pm x| = v$, la loi de probabilité $g(v^2)$ sera égale à la loi de probabilité H de x , d'où :

$$g(v^2) = H(x) \text{ ou encore } \log g(v^2) = h(x)$$

(*) Les chiffres entre crochets correspondent aux chiffres bibliographiques en fin de volume.

Pour que $h(x)$ ne dépende que de $x^2 = v^2$ il faut et il suffit que les différentielles,

$d \log g(v^2) = h'(x).dx$ et $v.dv = x.dx$ aient un rapport constant :

$$\frac{d \log g(v^2)}{v.dv} = \frac{h'(x).dx}{x.dx} = \text{constant} = -2j$$

d'où $h'(x) = -2jx$ et $h(x) = -jx^2 + c$ et $h(x) = ke^{-j.x^2}$

Mais $h(x)$ est une fonction de probabilités élémentaires, donc son intégrale de $-\infty$ à $+\infty$ doit être égale à 1; j est positif et $k = \frac{\sqrt{j}}{\sqrt{\pi}}$;

si $j = \frac{1}{a^2}$, on en déduit,

$$\frac{1}{2}.f(v) = g(v^2) = H(x) = \frac{1}{a\sqrt{\pi}} e^{-v^2/a^2} \quad \text{et} \quad f(v) = \frac{2}{a\sqrt{\pi}} e^{-v^2/a^2}$$

pour $v = |\pm x|$, qui est une distribution gaussienne.

La chaîne de ces raisonnements a été faite d'après Maxwell qui avec Boltzmann a établi la Théorie cinétique des gaz. La fonction $f(v)$ donne la probabilité d'occurrence de la vitesse v , la constante a définissant la « température » de cette atmosphère sonore. La moyenne arithmétique de v est égale à $a/\sqrt{\pi}$ et l'écart type est $a/\sqrt{2}$. Nous donnons un exemple tiré de l'œuvre *Pithoprakta* pour orchestre à cordes, écrite en 1955-56 et créée par M. le Professeur Hermann Scherchen, à Munich, en mars 1957, (cf. *Wahrscheinlichkeitstheorie und Musik*, dans *Gravesaner Blätter*, n° 6). Le graphique représente un ensemble de vitesses de température proportionnelle à $a = 35$. En abscisse, figure le temps. Unité du temps : 5 cm = 26 MM. L'unité est subdivisée en trois, quatre et cinq parties égales qui permettent des durées différentielles très faibles. En ordonnées figurent les logarithmes binaires des fréquences. L'unité en est le demi-ton = 0,25 cm. A une tierce majeure correspond 1 cm de l'ordonnée. Chaque ligne brisée est attribuée à un instrument à cordes dont le nombre total est de 46. Chacune des droites représente une vitesse tirée du tableau de probabilités calculé avec la formule

$$f(v) = \frac{2}{a\sqrt{\pi}} e^{-v^2/a^2}. \text{ Ont été calculées et tracées pour ce passage, de la}$$

mesure 52 à la mesure 60 d'une durée de 18,5 sec., un total de 1.148 vitesses distribuées suivant la loi de Gauss en 58 valeurs distinctes. La distribution étant gaussienne, la configuration macroscopique est une modulation plastique de la matière sonore. Le même passage a été transcrit en notation traditionnelle. Donc en résumé nous avons une pâte sonore dont :

- 1° les durées ne varient pas;
- 2° la masse des hauteurs est modulée librement;
- 3° la densité des sons à chaque instant est constante;
- 4° la dynamique est *ff* sans variation;
- 5° le timbre est constant;
- 6° les vitesses déterminent une « température » qui est soumise aux fluctuations locales. Leur distribution est gaussienne.

Comme nous l'avons déjà fait remarquer, nous pouvons établir entre les composantes des sons des liaisons plus ou moins étroites. Des cas possibles sont indiqués dans le même n° 6 des *Gravesaner Blätter*. Le coefficient le plus usité qui mesure le degré de corrélation entre deux variables x et y est :

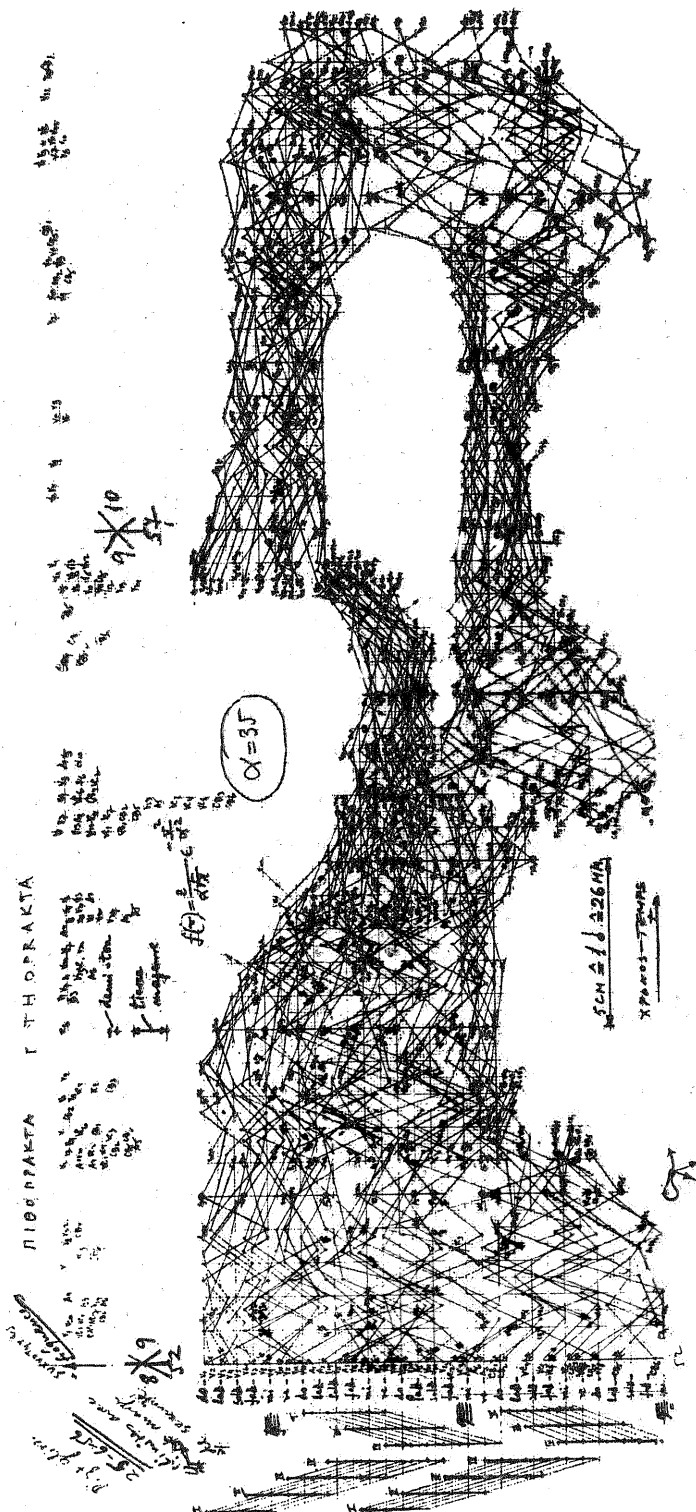
$$r = \frac{\Sigma (x-\bar{x}) (y-\bar{y})}{\sqrt{\Sigma (x-\bar{x})^2} \cdot \sqrt{\Sigma (y-\bar{y})^2}}$$

\bar{x} et \bar{y} étant la moyenne arithmétique des deux variables.

Voilà donc, en résumé, l'aspect technique d'un début d'utilisation de la théorie et du calcul des probabilités dans la composition musicale.

Avec ce qui précède, nous pouvons déjà contrôler :

a) Les transformations continues de grands ensembles de sons granulaires ou continus. En effet les densités, les durées, les registres, les vitesses, etc., peuvent être soumis aux lois des grands nombres avec les approximations nécessaires. Nous pouvons donc à l'aide des moyennes et des écarts donner des visages à ces ensembles et les faire évoluer dans différentes directions. La plus connue est celle qui va de l'ordre au désordre ou vice-versa. La notion de l'entropie y est introduite. Nous pouvons concevoir d'autres transformations continues. Par exemple un ensemble de sons pincés se transformant d'une façon continue en un ensemble de sons *arco*. Ou, en musique électromagnétique : passer d'une matière sonore à une autre matière, assurant ainsi une liaison organique entre les deux matières. Pour illustrer cette idée, je rappelle le sophisme grec de la calvitie : « Combien de cheveux faut-il enlever à un crâne chevelu pour qu'il devienne chauve ? » C'est un problème résolu par la théorie des probabilités avec l'écart-type, et connu sous le terme de *définition statistique*;



3/8 2/4 2 4/8 1 1 2 2 8 11 11

Handwritten musical score on multiple staves, organized into systems. The notation includes various musical symbols such as notes, rests, and clefs. The score is written in black ink on aged paper.

The score is divided into several systems, each containing multiple staves. The notation is dense and includes various musical symbols such as notes, rests, and clefs. The score is written in black ink on aged paper.

System 1 (top):

- Staff 1: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 2: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 3: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 4: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 5: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 6: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.

System 2:

- Staff 7: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 8: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 9: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 10: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 11: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 12: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.

System 3:

- Staff 13: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 14: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 15: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 16: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 17: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 18: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.

System 4:

- Staff 19: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 20: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 21: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 22: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 23: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 24: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.

System 5:

- Staff 25: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 26: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 27: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 28: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 29: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.
- Staff 30: Treble clef, key signature of one flat (B-flat), 3/8 time signature.

MUSIQUES STOCHASTIQUES LIBRES

b) Une transformation peut être explosive lorsque les écarts de la moyenne deviennent brusquement exceptionnels;

c) Nous pouvons également confronter des faits hautement improbables avec les faits moyens;

d) Des atmosphères sonores très raréfiées peuvent être travaillées et contrôlées à l'aide de formules comme celles de Poisson. Ainsi, même une musique pour instrument solo peut être composée avec la stochastique.

Ces lois qu'on rencontre depuis peu dans une pléthore de domaines sont de véritables diamants de la pensée contemporaine. Elles régissent les lois de l'apparition de l'être et de son devenir. Pourtant il faut bien comprendre qu'elles ne sont pas un but, mais de merveilleux outils de confection, des garde-fous logiques.

Ici se place un retour de flammes. Cette fois, ce sont ces outils stochastiques qui vont poser une question fondamentale : « Quel est le minimum de contraintes logiques nécessaires à la fabrication d'un processus musical ? »

Auparavant, nous allons brièvement esquisser les phases de base de la fabrication d'une œuvre musicale.

PHASES FONDAMENTALES D'UNE ŒUVRE MUSICALE

a) *Conceptions initiales* (intuitions, données provisoires ou définitives...).

b) *Définition d'êtres sonores* et de leur symbolique communicable dans la mesure du possible (sons d'instruments de musique, sons électroniques, bruits, ensembles d'éléments sonores ordonnés, constitutions granulaires ou continues, etc.).

c) *Définition des transformations* que ces êtres sonores doivent subir au cours de la composition (macrocomposition : choix général des charpentes logiques, c'est-à-dire des opérations élémentaires algébriques et mises en relation des êtres, des ensembles et de leurs symboles définis au point (b); et ordonnances des opérations précédentes dans le temps lexicographique, à l'aide de la succession et de la simultanéité).

d) *Microcomposition* : choix et fixation détaillée de la nature des relations fonctionnelles ou stochastiques, des éléments du point (b), c'est-à-dire : 1° algèbre hors-temps; 2° algèbre en-temps.

e) *Programmation séquentielle* des points (c) et (d) : schéma, *pattern* de l'œuvre dans l'ensemble.

f) *Effectuation des calculs*, des vérifications, des retours et des modifications définitives sur le programme séquentiel.

g) *Résultat final symbolique* de la programmation : partition de musique en notation traditionnelle, expressions numériques sur papier, graphiques, ou autres modes de solfège.

h) *Incarnation sonore* du programme : exécution orchestrale directe, manipulations du type des musiques électromagnétiques, fabrication mécanisée des êtres sonores et de leurs transformations.

En réalité l'ordre des phases de cette liste n'est pas rigide. Des permutations sont possibles au cours de l'élaboration d'une œuvre. La plupart du temps ces phases sont inconscientes et déficientes. Pourtant cette liste fixe les idées et permet des spéculations sur l'avenir. En effet, les calculatrices électroniques (*computers*) pourront *prendre en mains* les phases (g) et (h) et même la (f). Mais en première approche, il semble que seules les phases (f) et (g) soient abordables. C'est-à-dire que le *Résultat final symbolique* pourra, tout au moins en France, être incarné seulement par un orchestre ou par des manipulations du type des musiques électromagnétiques sur magnétophones, et diffusées sur les chaînes électroacoustiques existantes, et non pas, comme il serait souhaitable, dans un avenir très proche, par une mécanisation poussée qui supprimerait les interprètes d'orchestre ou les magnétophones, et qui assumerait la fabrication mécanisée des êtres sonores et de leurs transformations.

Voici maintenant une réponse à la question précédente, valable pour une musique instrumentale, qui d'ailleurs peut s'appliquer à toute sorte d'émission des sons. Pour cela, nous reprenons les phases citées plus haut :

b) Définitions d'êtres sonores...

Les êtres sonores de l'orchestre classique peuvent, en première approximation, être représentés par des vecteurs à quatre variables, en général indépendantes, $E_r(c, h, g, u)$:

- c_a = timbre ou famille d'instruments;
- h_i = hauteur du son;
- g_j = intensité du son, forme dynamique;
- u_k = durée du son.

Le vecteur E_r définit un point M dans l'espace *affin* pourvu d'une base (c, h, g, u). Ce point M aura comme *coordonnées* les nombres c_a , h_i , g_j , u_k . Exemple : le do_3 du violon joué *arco* normal et *forte*, de la valeur d'une croche égale à 240 MM, pourra être représenté par la suite, C viol. archet, h 39 (= do_3), g 4 (= *forte*), u 5 (= 1/4 sec). Supposons que l'on classe, que l'on ordonne ces points M sur un axe orienté que nous nommerons axe des E_r . Supposons aussi que par son origine nous menions un autre axe

orienté (t) formant, pour simplifier, un angle droit avec l'axe E_r . Nous représenterons sur cet axe nommé *axe du temps lexicographique* la succession lexicographique-temporelle des points M. Ainsi, nous venons de définir un espace à deux dimensions (E_r , t), de représentation commode. Ceci nous permettra de passer aux phases (c), définition des transformations..., et (d), microcomposition..., qui doivent contenir la réponse au problème posé du minimum de contraintes.

Pour cela, nous supposons que les points M définis plus haut peuvent apparaître sans aucune nécessité autre que celle d'obéir à une loi aléatoire sans mémoire. Cette hypothèse équivaut à dire que nous admettons une répartition stochastique des événements E_r dans l'espace (E_r , t). En admettant une répartition superficielle n assez faible nous entrons dans un domaine où la loi de Poisson est valable :

$$P_k = \frac{n^k}{K!} e^{-n}$$

D'autre part, nous pouvons considérer ce problème comme une synthèse de plusieurs processus stochastiques linéaires (loi des rayonnements des corps radioactifs), convenablement choisis (la seconde méthode est peut-être plus favorable à une mécanisation des transformations).

Un fragment suffisamment long de cette répartition constitue l'œuvre musicale. La loi de base définie plus haut engendre toute une famille d'œuvres en fonction de la densité superficielle. Nous avons donc bien un archétype formel d'œuvre dont le souci de base est d'atteindre la *dissymétrie* (au sens étymologique) *la plus grande*, le *minimum de contraintes, de causalités, de règles*. Nous pensons que à partir de cet archétype peut-être le plus général, nous pouvons redescendre l'échelle des formes en introduisant des contraintes progressivement nombreuses, c'est-à-dire des choix, des restrictions, des *non*. Dans l'analyse en plusieurs processus linéaires, nous pouvons aussi admettre d'autres processus; de Wiener-Lévy, des infiniment divisibles de P. Lévy, Markoviens, etc., ou des mélanges. C'est ce qui rend cette deuxième méthode de distribution plus féconde.

L'exploration des bornes a et b de cet archétype, $a \leq n \leq b$, sont également intéressantes, mais sur un autre plan, celui de la comparaison mutuelle des échantillons. En effet, ceci implique une gradation des accroissements de n pour que les différences entre les familles n_i soient reconnaissables. Des remarques analogues sont valables dans le cas d'autres processus linéaires.

Si nous optons pour un processus de Poisson, deux sont les hypothèses nécessaires qui répondent à la question du minimum des contraintes :

1° Il existe, dans un espace donné, des instruments de musique et des hommes;

2° Il existe des modes de contacts entre ces hommes et ces instruments qui permettent l'émission d'événements sonores rares.

C'est tout comme hypothèses (*). A partir de ces deux contraintes, et à l'aide de la stochastique, toute une œuvre a été bâtie sans admettre aucune autre restriction. Elle a été créée par le Professeur Hermann Scherchen en 1958 à Buenos-Aires; c'est *Achorripsis* pour 21 instruments, composée en 1956/57. (Cf. « A la recherche d'une musique stochastique », dans *Gravesaner Blätter*, n° 11/12.)

Nous donnons ici un extrait de cet article.

τὸ γὰρ αὐτὸ νοεῖν ἐστίν τε καὶ εἶναι

τὸ γὰρ αὐτὸ εἶναι ἐστίν τε καὶ οὐκ εἶναι

Ontologie :

Dans un Univers de Vide. Un bref train d'ondes dont fin et début coïncident (Temps néant), se déclenchant à perpétuité.

Le Rien résorbe, crée.

Il est générateur de l'Etre.

Temps, Causalité.

Ces événements sonores rares peuvent être autres que des sons isolés. Ils peuvent être soit des figures mélodiques, soit des structures cellulaires, soit des agglomérations dont les caractéristiques sont également régies par les lois du hasard; par exemple : des nuages de sons ponctuels, des températures de vitesse (**), etc. De toute manière ils forment un échantillon d'une succession d'événements sonores rares.

On peut représenter cet échantillon soit à l'aide d'un simple tableau de probabilités, soit entre autres à l'aide d'un tableau à double entrée, une matrice, dont les cases seraient remplies par les fréquences des événements. Les lignes seraient constituées suivant des qualifications particulières des événements et les colonnes par des dates (voir matrice (M)).

La distribution des fréquences dans cette matrice est faite d'après la formule de Poisson qui est la loi des apparitions des événements rares, au hasard.

Nous devons préciser davantage le sens d'une telle distribution et la manière avec laquelle nous la réalisons.

(*) Confronter avec l'ἐκκλισις (clinamen) d'Epicure.

(**) Voir *Gravesaner Blätter* n° 6.

Il y a avantage à définir le hasard comme une loi esthétique, comme une philosophie normale. Le hasard est la limite de la notion de la symétrie qui évolue. La symétrie tend à la dissymétrie qui équivaut dans ce sens à la négation des cadres hérités d'une tradition, négation qui agit non seulement dans les détails mais surtout dans la composition des structures. Voir tendances en peinture, sculpture, architecture et dans d'autres domaines de la pensée. Par exemple : en architecture, les cadres élaborés à l'aide des tracés régulateurs sont brouillés et dynamisés par des événements exceptionnels. Tout se passe comme s'il y avait des oscillations biunivoques entre la symétrie, l'ordre, le rationnel, et la dissymétrie, le désordre, l'irrationnel et ceci dans les réactions entre les époques des civilisations.

A l'origine d'une transformation vers la dissymétrie, des événements exceptionnels sont introduits dans la symétrie et jouent le rôle d'aiguillon esthétique. Lorsque ces événements exceptionnels se multiplient et se généralisent il se produit un bond sur un niveau supérieur. C'est celui du désordre qui, dans les arts tout au moins, et dans les expressions des artistes se proclame enfanté par la vision complexe vaste et riche des rencontres brutales de la vie moderne. La peinture abstraite, décorative, le tachisme, etc., en sont des témoignages. Le hasard par conséquent, que nous côtoyons consciemment à tous les pas quotidiens, n'est qu'un état extrême de ce désordre contrôlé (ce qui signifie, richesse ou pauvreté des connexions entre les éléments et qui engendrent la dépendance ou l'indépendance des transformations) et à ce titre, par la négation, jouit des propriétés bienfaisantes de régulateur esthétique. Régulateur aussi des événements sonores, de leur apparition et de leur vie. Mais, et c'est là qu'intervient la logique de fer des lois du hasard, ce hasard ne peut être créé sans soumission totale à ses propres lois. A cette condition, le hasard maté par sa propre vertu devient torrent hydroélectrique.

Attention ! On ne parle pas ici des cas où l'on se borne à jouer à pile ou face pour choisir telle ou telle alternative de détail. La question est bien plus grave. Il s'agit ici d'un concept philosophique et esthétique régi par les lois de la théorie des probabilités et par les fonctions mathématiques qui les formulent, d'un concept cohérent dans un domaine nouveau de cohérence.

Pour la commodité du calcul nous choisissons a priori une densité moyenne d'événements

$$\lambda = 0,60 \frac{\text{événements}}{\text{unité}}$$

MUSIQUES FORMELLES

En appliquant la formule de Poisson

$$P_k = \frac{\lambda^k}{K!} e^{-\lambda}$$

nous obtenons le tableau des probabilités (*) :

$$\begin{aligned} P_0 &= 0,5488 \\ P_1 &= 0,3293 \\ P_2 &= 0,0988 \\ P_3 &= 0,0198 \\ P_4 &= 0,0029 \\ P_5 &= 0,0000 \end{aligned} \quad (1)$$

P_i = probabilité pour que l'événement survienne i fois dans l'unité de volume, ou de temps, ou etc. En choisissant a priori 196 unités ou cases, la répartition des fréquences parmi les cases est obtenue en multipliant les P_i par 196.

TABLEAU 2

i	Nombre de cases, $196 \times P_i$
0	107
1	65
2	19
3	4
4	1

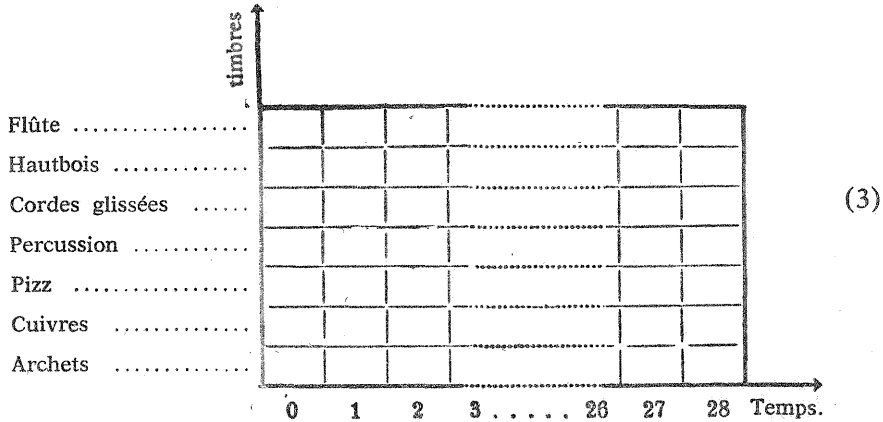
(2)

Les 196 cases peuvent être constituées par un ou par plusieurs groupes qualifiés de cases. Ici les groupes seront qualifiés à l'aide du timbre et du temps, de façon que : groupe des timbres \times groupe des dates = 196 cases. Soit, sept timbres distincts :

$$\frac{196}{7} = 28 \text{ unités de temps}$$

(*) L'analyse qui suit est tirée d'Achorripsis, œuvre pour 21 instruments de I. Xenakis, éditée par Bote und Bock, Berlin.

Ainsi les 196 cases sont réparties sur un espace à deux dimensions :



Si l'œuvre-échantillon doit durer 7 minutes (choix subjectif) l'unité de temps U sera égale à 15 sec. et chaque U contiendra 6,5 mesures 26 du Métronome Maëzel (26 MM).

De quelle manière répartir dans l'espace à deux dimensions figuré par la matrice (3), les fréquences des événements zéros, simples, doubles, triples, quadruples ?

La réponse la plus immédiate est de considérer les 28 colonnes comme des cases, et de distribuer successivement les événements zéros, simples, doubles, triples, quadruples du tableau (2) dans ces 28 cases nouvelles. Prenons en exemple l'événement simple qui doit d'après le tableau (2) se produire 65 fois. Tout se passe comme si on devait distribuer des événements dans des cases avec une densité moyenne :

$$\lambda = \frac{65}{28} = 2,32, \text{ événements simples par case (= colonne).}$$

En appliquant à nouveau la formule Poisson avec la densité moyenne $\lambda = 2,32$ ($2,32 \ll 30$), nous obtenons le tableau (4).

On pourrait choisir n'importe quelle autre distribution à condition que la somme totale des événements simples soit égale à 65. Le tableau (5) montre une telle distribution.

MUSIQUES FORMELLES

TABLEAU DE DISTRIBUTION
POISSON

Fréquence K	Nombre de colonnes	Produit col. x K
0	3	0
1	6	6
2	8	16
3	5	15
4	3	12
5	2	10
6	1	6
7	0	0
Totaux	28	65

(4)

TABLEAU DE DISTRIBUTION
ARBITRAIRE

Fréquence K	Nombre de colonnes	Produit col. x K
0	10	0
1	3	3
2	0	0
3	9	27
4	0	0
5	1	5
6	5	30
7	0	0
Totaux	28	65

(5)

Mais dans cette recherche axiomatique, où le hasard doit baigner totalement l'espace sonore il nous faut rejeter toute distribution qui s'écarte de la loi de Poisson (tableau 4). Et la distribution Poisson doit être effective non seulement suivant les colonnes mais aussi suivant les lignes de la matrice. Même raisonnement pour les diagonales, etc.

En ne nous contentant que des lignes et des colonnes, nous obtenons une distribution homogène qui suit Poisson. C'est de cette façon qu'ont été calculées les répartitions dans les lignes et dans les colonnes de la matrice (M).

Donc une loi *unique* de hasard, la loi de Poisson (événements rares), par l'intermédiaire de la moyenne arbitraire λ est susceptible de conditionner d'une part globalement une matrice-échantillon et d'autre part les distributions partielles suivant les lignes et les colonnes. Le choix a priori, arbitraire, admis à l'origine, concerne donc les variables suivantes du « vecteur-matrice » :

Variables ou entrées du « vecteur-matrice »

- a) Loi de Poisson.
- b) La moyenne λ .
- c) Le nombre des cases, des lignes et des colonnes.

MUSIQUES STOCHASTIQUES LIBRES

Les répartitions inscrites dans cette matrice ne sont pas toujours rigoureusement définies. Elles dépendent, en effet, pour un λ donné du nombre des lignes ou des colonnes. Plus le nombre des lignes ou des colonnes est grand, plus la définition est rigoureuse. C'est la loi des grands nombres. Mais cet indéterminisme permet un libre arbitre au gré de l'inspiration artistique. Il constitue une deuxième porte ouverte au subjectivisme du compositeur. La première étant « l'état d'entrée » du « vecteur-matrice » défini ci-dessus.

Maintenant, il nous faut préciser l'événement unitaire dont les fréquences ont été réglées dans la matrice-type (M). Nous allons prendre comme événement simple un nuage de sons de densité linéaire δ sons par sec.

Un orchestre normal peut encore jouer 10 sons/sec. Nous choisissons

$$\delta = 5 \text{ sons par mesure } 26 \text{ MM soit : } \delta = 2,2 \text{ sons/sec. } \left(\overset{10}{\underset{4}{=}} \frac{\text{---}}{\text{---}} \right).$$

Nous établissons maintenant la correspondance suivante :

Événement	Nuage de densité $\delta =$		Moyenne de sons par case (15 sec.)
	Sons par mesure 26 MM	Sons par seconde	
zero	0	0	0
simple	5	2.2	32.5
double	10	4.4	65
triple	15	6.6	97.5
quadruple	20	8.8	130

Les hachures de la matrice (M) montrent une distribution Poisson des fréquences, homogène et vérifiée dans le sens des colonnes et des lignes. Nous remarquons que les lignes sont interchangeables (= timbres interchangeables). Les colonnes le sont également. Ceci nous conduit à admettre que le déterminisme de cette matrice est faible en partie et qu'en réalité elle sert surtout de cadre à la pensée. A une pensée qui manipule des fréquences d'événements de toutes natures. C'est en cela que consiste le véritable travail de plastique sonore, à distribuer les nuages dans l'espace à deux dimensions de la matrice. Prévoir toutes les rencontres sonores a priori avant les calculs de détails, en éliminant les positions nuisibles. C'est un travail de recherche patiente qui met en exploitation instantanément toutes les facultés créatrices. Cette matrice est comme un jeu d'échecs à un seul joueur, qui doit suivre certaines règles de jeu, pour un gain dont lui seul est juge. Cette matrice

de jeux n'a pas de stratégie unique. Il n'est même pas possible d'en dégager des buts pondérés. Elle est très générale et incalculable par le raisonnement pur.

Jusqu'ici nous avons placé les densités des nuages dans la matrice. Maintenant il nous faut, à l'aide du calcul, procéder à la coordination des éléments sonores aléatoires.

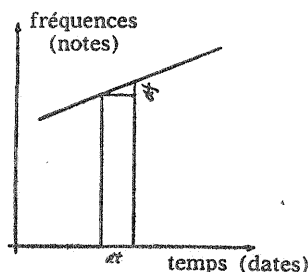
Analysons à titre d'exemple la case III — 'Z' de la matrice. III^e ligne : sons à variation continue (glissandi des cordes), dix-septième unité de temps (mesures 103 à 111).

La densité des sons est de 4,5 sons par mesure métronomique 26 MM, ($\delta = 4,5$) donc 4,5 sons par mesure \times 6,5 mesures = 29 sons pour cette case.

Comment placer les 29 sons glissés dans cette case ?

Hypothèses de calcul

1^{re} hypothèse. — La caractéristique acoustique du son glissé est assimilée à la vitesse $v = \frac{df}{dt}$ d'un mouvement uniformément continu.



2^e hypothèse. — La moyenne quadratique α de toutes les valeurs possibles de v , est proportionnelle à la densité sonore δ . Dans ce cas $\alpha = 3,38$ (température).

3^e hypothèse. — Les valeurs de ces vitesses sont distribuées suivant la dissymétrie la plus totale (au hasard). Cette distribution suivra la loi de Gauss. La probabilité $f(v)$ d'existence de la vitesse v est donnée par la fonction :

$$f(v) = \frac{2}{\alpha\sqrt{\pi}} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}$$

et la probabilité $P(\lambda)$ pour que v soit compris entre v_1 et v_2 , par la fonction :

$$P(\lambda) = \Theta(\lambda_2) - \Theta(\lambda_1) \quad \text{dans laquelle}$$

$$\lambda_i = \frac{v_i}{a} \quad \text{et} \quad \Theta(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\lambda} e^{-\lambda^2} d\lambda \quad (\text{loi normale})$$

4^e hypothèse. — Un son glissé est essentiellement caractérisé par :

a) Sa date de départ;

b) Sa vitesse; $v_m = \frac{df}{dt} (v_1 < v_m < v_2)$,

c) Son registre.

5^e hypothèse. — Nous assimilons le temps à une droite et chaque date de départ à un point sur cette droite. Tout se passe comme si on devait distribuer un nombre de points sur une droite avec une densité linéaire $\delta = 4,5$ points par mesure métronomique 26 MM. C'est un problème de probabilités continues. Ces points définissent des segments et la probabilité pour que le i ième segment ait une longueur x_i comprise entre x et $x + dx$ est :

$$P_x = \delta \cdot e^{-\delta x} dx \quad (\text{v. appendice 1})$$

6^e hypothèse. — La date de départ correspond à un son. Nous essayerons de définir sa hauteur. Les cordes ont une étendue de 80 demi-tons environ. On peut assimiler cette étendue à une droite de longueur, $a = 80$ demi-tons.

Puisque entre deux glissandis successifs ou simultanés, il y a création d'un intervalle aux dates de départ, on peut définir non plus la note d'attaque d'un glissando mais l'intervalle mélodique qui sépare les deux origines.

Ainsi posé, le problème consiste à trouver la probabilité pour qu'un segment s , intérieur à un segment de droite de longueur a , ait une longueur comprise entre j et $j + dj$ ($0 \leq j \leq a$).

Cette probabilité est donnée par la formule :

$$\Theta(j) \quad dj = \frac{2}{a} \left(1 - \frac{j}{a}\right) \cdot dj \quad (\text{V. appendice 1})$$

7^e hypothèse. — Les trois caractères essentiels du son glissé défini dans la 4^e hypothèse sont indépendants.

MUSIQUES FORMELLES

A partir de ces hypothèses, nous pouvons dresser les trois tables de probabilités :

- a) Table des durées;
- b) Table des vitesses;
- c) Table des intervalles.

TABLE DES DURÉES

$\delta = 4,5$ sons par mesure 26 MM.

Unité $x = 0,10$ de la mesure 26 MM.

$4,5,6,5 = 29$ sons par case soit, 28 durées.

x	δx	$e^{-\delta x}$	$\delta e^{-\delta x}$	$\delta e^{-\delta x} dx$	$P_x \cdot 28$
0,00	0,00	1,000	4,500	0,362	10
0,10	0,45	0,638	2,870	0,231	7
0,20	0,90	0,407	1,830	0,148	4
0,30	1,35	0,259	1,165	0,094	3
0,40	1,80	0,165	0,743	0,060	2
0,50	2,25	0,105	0,473	0,038	1
0,60	2,70	0,067	0,302	0,024	1
0,70	3,15	0,043	0,194	0,016	0
Totaux			12,415	0,973	28

(a)

On approxime en considérant dx comme facteur constant.

$$\sum_{0}^{\infty} \delta e^{-\delta x} dx = 1 \quad \text{donc} \quad dx = \frac{1}{\sum_{0}^{\infty} \delta e^{-\delta x} dx}.$$

$$\text{ici } dx = \frac{1}{12,415} = 0,805$$

MUSIQUES STOCHASTIQUES LIBRES

TABLE DES VITESSES

$\delta = 4,5$ sons glissés par mesure 26 MM

$\alpha = 3,88$ moyenne quadratique des vitesses

v est exprimé en demi-tons par mesure 26 MM

v_m est la vitesse moyenne $\frac{v_1 + v_2}{2}$.

4,5.6,5 = 29 sons glissés par case.

v	$\lambda = \frac{v}{\alpha}$	$\Theta(\lambda)$	$P(\lambda) = \Theta(\lambda_2) - \Theta(\lambda_1)$	$P(\lambda) \ 29$	v_m
0	0,000	0,0000			
			0,2869	9	0,5
1	0,258	0,2869			
			0,2510	7	1,5
2	0,516	0,5379			
			0,1859	5	2,5
3	0,773	0,7238			
			0,1310	4	3,5
4	1,032	0,8548			
			0,0771	2	4,5
5	1,228	0,9319			
			0,0397	1	5,5
6	1,545	0,9716			
			0,0179	1	6,5
7	1,805	0,9895			
			0,0071	0	7,5

(b)

MUSIQUES FORMELLES

TABLE DES INTERVALLES

$\delta = 4,5$ sons glissés par mesure 26 MM.

$a = 80$ demi-tons soit 18 fois l'unité arbitraire de 4,5 demi-tons.

j sera exprimé en multiples de 4,5 demi-tons.

dj est supposé constant. Donc $dj = \frac{1}{\Sigma \Theta(j)}$ ou

$dj = \frac{a}{a+1}$ et la fonction est linéaire.

Pour $j = 0$ $\Theta(j).dj = \frac{2}{a+1} = 0,105$; pour $j = 18$ $\Theta(j).dj = 0$.

$4,5.6,5 = 29$ sons glissés par case.

Nous pouvons construire la table des probabilités à l'aide d'une droite.

j	$\Theta(j) \cdot dj = P(j)$	$P(j) \cdot 29$
0	0.105	3
1		3
2		3
3		3
4		2
5		2
6		2
7		2
8		2
9		2
10		1
11		1
12		1
13		1
14		1
15		0
16		0
17		0
18		0

(c)

Elles nous fournissent les éléments qui matérialisent la case III — 'Z'. Nous prions le lecteur de bien vouloir examiner sur partition l'usage fait des données du calcul. Ici aussi nous pouvons constater qu'une grande liberté du choix de l'ordre est donnée au compositeur. Les restrictions sont d'ordre général canalisatrices plutôt qu'impérieuses. Ce sont des tendances de l'être sonore que la théorie et le calcul définissent et non pas un esclavage. Les formules mathématiques sont ainsi apprivoisées et asservies par la pensée musicale.

Nous avons donné cet exemple des sons glissés car il contient tous les problèmes de cette musique stochastique contrôlée par le calcul (jusqu'à un certain point).

Nous ne parlerons pas des moyens de vérification des liaisons et des corrélations entre les diverses grandeurs utilisées. Ce serait trop long, complexe et fastidieux. Qu'il nous soit permis, pour l'instant, d'affirmer que la construction de la matrice de base a été vérifiée par les deux formules :

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot \sum (y - \bar{y})^2}},$$

$$z = \frac{1}{2} \lg \frac{1 + r}{1 - r}.$$

Imaginons maintenant la musique composée à l'aide de cette matrice (M). Un observateur qui percevrait les fréquences des événements de l'échantillon musical, concluerait à une répartition due au hasard et qui suivrait des lois de probabilités.

Là se pose une question.

Cette musique réentendue suffisamment de fois conservera-t-elle toujours son effet de surprise ? Ne se transformerait-elle pas plutôt en un ensemble de phénomènes *prévisibles* par le fait de la mémoire, malgré que la loi des fréquences soit issue des lois du hasard ?

Effectivement, seulement à la première audition les données paraîtront aléatoires. Puis, pendant les réauditions successives, les rapports de force entre les événements de l'échantillon disposés au « hasard », formeront un réseau qui prendra un sens défini dans l'esprit de l'auditeur et amorceront une « logique » spéciale, une cohésion nouvelle capable de satisfaire son intellect aussi bien que son esthétique. (Si, bien entendu, l'artiste a une certaine étoffe.)

Si, par contre, nous voulons que l'échantillon soit toujours imprévisible, il est possible de supposer qu'à chaque répétition de l'échantillon, certaines données soient transformées de façon que leurs écarts aux fréquences théoriques ne soient pas significatifs. Peut-être qu'une pro-

MUSIQUES FORMELLES

grammation valable pour une première-deuxième-troisième, etc., exécution donnera des échantillons aléatoires, mais non identiques dans le sens absolu, et dont les écarts seront également distribués au hasard.

Ou bien alors, un système avec des ordinateurs électroniques à mémoire qui permettrait la variation des paramètres d'entrée de la matrice et des nuages sous certaines conditions. Il surgirait ainsi une musique déformable dans le temps, qui pour n exécutions donnera au même observateur n résultats paraissant dus au hasard, c'est-à-dire suivant longtemps les lois de probabilités, mais *statistiquement* identiques à eux-mêmes, l'identité étant une fois pour toutes définie à l'aide du « vecteur-matrice ».

Le Schème-Sonore défini sous cette forme de « vecteur-matrice », est susceptible, par conséquent, de fonder une Régulation plus ou moins autodéterminée des phénomènes sonores rares, compris dans un échantillon-composition musical; il représente une attitude compositionnelle, un comportement fondamentalement Stochastique, une unité d'ordre supérieur.

IANNIS XENAKIS

1956-1957

MATRICE D'ACHORRIPSIS

[illegible]

Viol. 1

Klar. Es

Basskl. B

Xyl.

Hr. Bl.

Gr. Tr.

1

VI. 2

3

1

Vcl. 2

3

1

Kb. 2

3

110

Picc.

Ob.

Klar.
Es

Baßkl.
B

Trpt. 1

Xyl.

Hr. Bl.

Gr. Tr.

1
2
3

Vl. 1
2
3

1
2
3

Vcl. 1
2
3

1
2
3

Kb. 1
2
3

This musical score page, numbered 110, contains staves for the following instruments: Piccolo (Picc.), Oboe (Ob.), Clarinet in E-flat (Klar. Es), Bassoon in B-flat (Baßkl. B), Trumpet 1 (Trpt. 1), Xylophone (Xyl.), Horn in B-flat (Hr. Bl.), Grand Trombone (Gr. Tr.), Violins 1, 2, and 3 (Vl. 1, 2, 3), Violas 1, 2, and 3 (Vcl. 1, 2, 3), and Cellos 1, 2, and 3 (Kb. 1, 2, 3). The score includes various musical notations such as notes, rests, and articulation marks. Fingerings are indicated by numbers 1-5 above or below notes. Breath marks (v) and accents (^) are present. Performance instructions like (pizz.) are included. Rehearsal marks with repeat signs and numbers (8, 16) are used. The woodwinds and strings play melodic lines, while the Xylophone and brass provide rhythmic support.

MUSIQUES FORMELLES

Si les premiers pas pouvaient se résumer par le processus vision → règles → œuvres, la question du minimum a produit un chemin inverse, règles → vision. Effectivement la stochastique permet une vision philosophique, ainsi que l'exemple d'*Achorripsis* en fait foi.

HASARD-IMPROVISATION

Avant de généraliser davantage l'essence de la composition musicale, il nous faut parler du principe d'improvisation qui fait fureur chez les néo-sériels et qui leur donne le droit, pensent-ils, de parler de hasard, d'aléatoire, qu'ils introduisent ainsi en musique. Ils écrivent d'abord des partitions dans lesquelles certaines combinaisons de sons sont choisies librement par l'interprète. Il est évident que ces compositeurs considèrent les divers circuits possibles comme équivalents. Or, deux infirmités logiques sont à mettre en évidence qui leur enlève le droit de parler de hasard d'une part et de « composition » de l'autre (composition au sens large bien entendu) :

a) L'interprète est un être fortement conditionné, on ne peut donc admettre la thèse du choix inconditionnel, de l'interprète-roulette. Les martingales de Monte-Carlo et la procession des suicidés devraient convaincre quiconque, une fois pour toutes; nous y reviendrons;

b) Le compositeur fait acte de démission lorsqu'il admet plusieurs circuits possibles et équivalents. Au nom du schème, on trahit le problème du choix, et c'est l'interprète qui est promu au rang de compositeur par le compositeur lui-même. Il y a donc substitution d'auteurs.

Le prolongement extrémiste de cette attitude est celle qui utilise des signes graphiques quelconques sur un papier que l'interprète lit en improvisant le tout. Les deux infirmités précédentes sont ici terriblement grossies. J'aimerais poser une question : supposons ce papier placé en face d'un interprète, incomparable spécialiste de Chopin. Le résultat ne serait-il pas modulé par le style et l'écriture de Chopin à la manière récente qu'on avait de jouer les cadences libres des concertos ? Donc, du point de vue compositeur, sans intérêt.

Au contraire, il y aurait deux conclusions à tirer : la première, c'est que la musique sérieuse s'est suffisamment *banalisée* pour pouvoir être improvisée comme celle de Chopin, ce qui confirme l'impression générale; la deuxième étant que le compositeur démissionne totalement de son rôle, il n'a rien à dire, et son rôle peut être repris par des peintres ou par des glyphes cunéiformes.

Le hasard se calcule

Pour terminer avec la thèse du musicien-roulette, j'ajoute ceci : le hasard est une chose rare, un traquenard, on peut le construire jusqu'à un certain point, très difficilement, à l'aide de raisonnements complexes qui se résument par des formules mathématiques; on peut le construire un peu, mais jamais l'improviser ou l'imiter mentalement. Je renvoie à la démonstration de l'impossibilité d'imiter le hasard, faite par le grand mathématicien Emile Borel, qui fut l'un des spécialistes du calcul des probabilités. A moins... de jouer les sons aux dés, activité vraiment trop simpliste ! Mais dès que l'on sort de ce champ primaire du hasard, indigne d'un musicien, le calcul de l'aléatoire, c'est-à-dire la stochastique, garantit d'abord, dans un domaine de définition précis, des bévues à ne pas commettre et ensuite, fournit un moyen puissant de raisonnement et d'enrichissement des processus sonores.

PEINTURE STOCHASTIQUE ?

Dans cet ordre d'idées, Michel Philippot a introduit dans sa peinture, depuis des années déjà, le calcul des probabilités, ouvrant ainsi dans ce domaine artistique des nouvelles directions d'investigation. En musique il s'est récemment efforcé à analyser les actes compositionnels sous forme d'*Organigramme* pour une *Machine imaginaire*. C'est une analyse fondamentale du choix volontaire, qui aboutit à une chaîne d'événements aléatoires ou déterministes avec à l'appui une œuvre intitulée *Composition pour double orchestre* (1960). Le terme de *Machine imaginaire* signifie qu'à l'exemple des calculatrices électroniques, le compositeur peut définir rigoureusement les êtres et les modes opératoires.

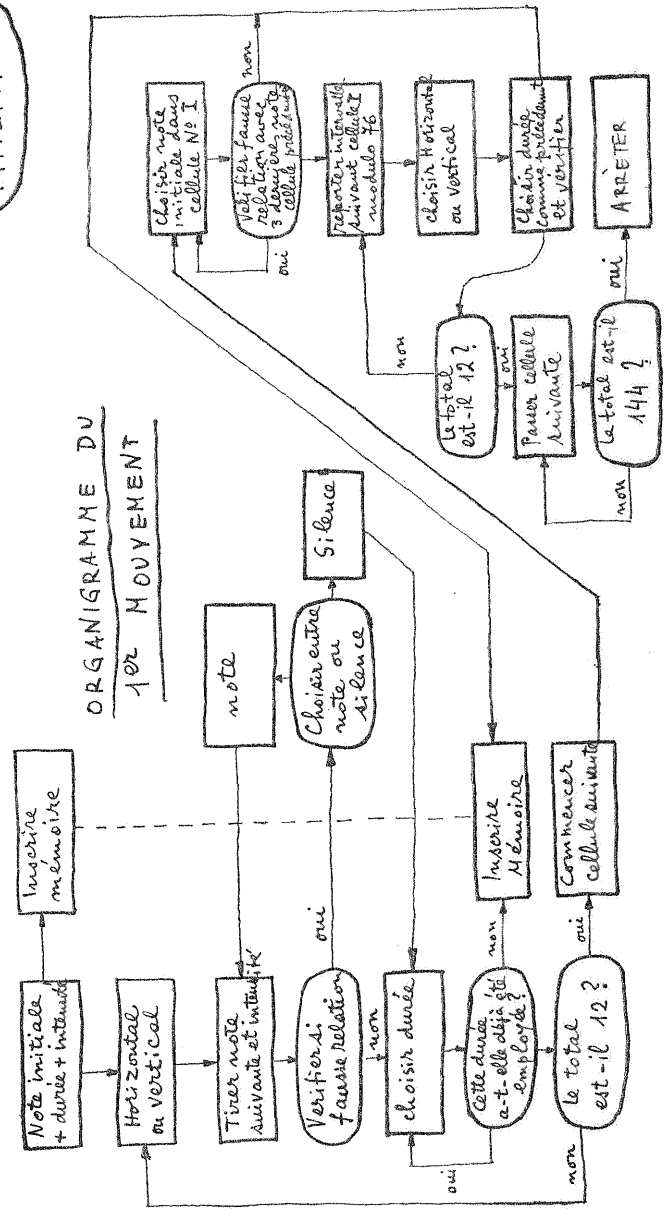
Voici le commentaire de Michel Philippot sur sa *composition pour double orchestre* :

Si, à propos de cette œuvre, il a pu m'arriver d'employer l'expression « musique expérimentale », il convient de préciser le sens que, dans ce cas particulier, il avait été dans mon intention de lui attribuer. Il ne s'agit en rien d'une musique concrète ou électronique, mais d'une très banale partition écrite sur l'habituel papier réglé et ne requérant l'utilisation que des instruments d'orchestre les plus traditionnels. L'expérience existe cependant dont cette « composition » est, en quelque sorte le « sous-produit » ().*

(*) On sait que beaucoup d'industries ne vivent d'ailleurs que de l'exploitation de leurs sous-produits.

COMPOSITION POUR DOUBLE ORCHESTRE de MICHEL PHILIPPOT

ORGANIGRAMME DU 1er MOUVEMENT



MUSIQUES STOCHASTIQUES LIBRES

Le but recherché était seulement d'effectuer, à l'occasion de l'élaboration d'une œuvre que j'aurais écrite indépendamment de toute volonté expérimentale, une exploration du processus suivi par mon propre mécanisme cérébral dans son activité d'agencement des éléments sonores.

La démarche à laquelle j'ai eu recours a donc été la suivante :

1 - faire l'inventaire aussi complet que possible de l'ensemble des gestes, des idées, des manies, des décisions, des choix, etc., qui étaient les miens quand j'écrivais de la musique;

2 - réduire cet ensemble à une suite de décisions simples, si possible binaires, c'est-à-dire accepter ou refuser telle note, telle durée, tel silence, etc., dans une situation déterminée et définie par le contexte d'une part, le conditionnement auquel j'étais soumis et mes goûts personnels, d'autre part;

3 - établir, de cette suite de décisions simples, un programme si possible ordonné suivant les deux considérations suivantes (parfois contradictoires) qui étaient, en premier lieu, la manière dont ces décisions émergeaient de mon imagination durant le travail et, en second lieu, la manière dont elles auraient dû émerger pour être utilisables au mieux de leurs possibilités;

4 - présenter ce programme sous la forme d'un organigramme contenant l'enchaînement logique de ces décisions et dont le fonctionnement pouvait être facilement contrôlé;

5 - mettre en marche un mécanisme de simulation en respectant la règle du jeu de l'organigramme et noter le résultat;

6 - confronter ce résultat avec mes intentions musicales;

7 - recenser les divergences entre le résultat et les intentions, détecter leurs causes, corriger les règles opératoires;

8 - apporter ces corrections à la séquence des phases expérimentales, c'est-à-dire, recommencer au 1 jusqu'à obtention d'un résultat satisfaisant.

Si nous nous en tenons aux considérations les plus générales, il s'agissait donc, tout simplement, de procéder à une analyse de la complexité considérée comme une accumulation, en un certain ordre d'éléments simples et de reconstruire ensuite cette complexité en vérifiant à la fois la nature des éléments et leurs règles d'assemblage. La simple vision de l'organigramme du premier mouvement précise assez bien la méthode employée par le survol qu'il en permet d'un seul coup d'œil. Mais, s'en tenir à ce seul premier mouvement serait méconnaître l'essentiel de la composition musicale.

MUSIQUES FORMELLES

En effet, le caractère de « prélude » qui ressort de cet assemblage de notes (constituants élémentaires de l'orchestre) doit nous faire penser au fait que la composition, dans son étape ultime, est aussi un assemblage de groupes de notes, motifs ou thèmes, et de leurs transformations. Par conséquent, la tâche dévoilée par les organigrammes des mouvements suivants devait mettre en évidence un agencement d'un ordre supérieur dans lequel les données du premier mouvement étaient utilisées comme une sorte de matériel « préfabriqué ». Ainsi apparaissait ce phénomène, d'ailleurs assez banal, d'auto-génération de la complexité par juxtaposition et combinaison d'un grand nombre d'éléments et d'opérations simples.

A l'issue de cette expérience, possédai-je, tout au plus, quelques lumières sur mes propres goûts musicaux, mais l'intérêt m'en paraissait évident (sauf erreur ou omission !...) pour l'analyse du conditionnement du compositeur, de son processus mental et d'une certaine libération de l'imagination.

La plus grande difficulté rencontrée était celle d'un dédoublement volontaire et conscient de la personnalité. D'une part, celle du compositeur, ayant une idée claire et une audition déjà nette de l'œuvre qu'il désirait obtenir. D'autre part, celle de l'expérimentateur qui devait conserver une lucidité, dont l'exercice devenait dans ces conditions, rapidement douloureux, vis-à-vis de ses propres gestes et de ses propres décisions. Il ne faut pas négliger le fait que de telles expériences doivent être examinées avec la plus grande prudence, car chacun sait qu'il n'existe pas d'observation d'un phénomène qui ne perturbe le dit phénomène, et il est à craindre que la perturbation résultante soit particulièrement forte lorsqu'il s'agit d'un domaine à ce point mal défini, d'une activité aussi délicate. De plus, on peut redouter que, dans ce cas particulier, l'observation arrive à provoquer sa propre perturbation. Si j'ai accepté de courir ce risque, je n'en sous-estime pas l'étendue. Tout au plus, mon ambition se borne-t-elle à essayer de projeter sur un inconnu merveilleux, celui de la création esthétique, le timide rayon d'une lanterne sourde ().*

M.P.
1960

(*) La lanterne sourde avait la réputation d'être particulièrement employée par les cambrioleurs. J'ai pu constater, à plusieurs reprises, combien ma soif d'investigation me faisait passer aux yeux de la majorité pour un dangereux cambrioleur de l'inspiration.